

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI**

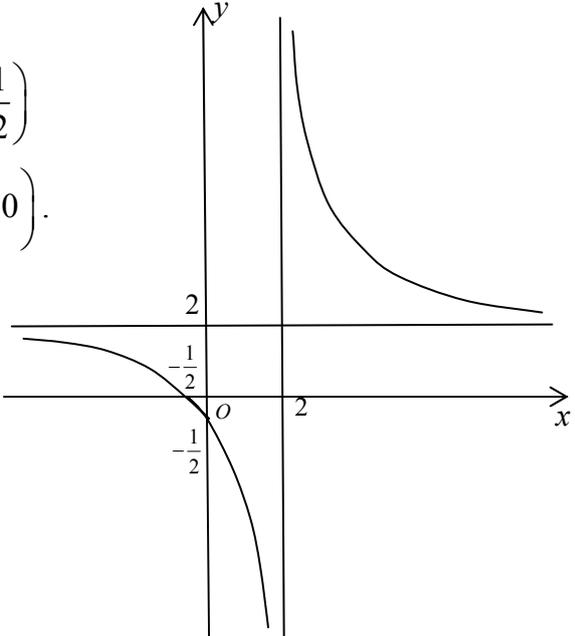
*Bản hướng dẫn gồm 05 trang*

**I. Hướng dẫn chung**

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hoá (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong toàn Hội đồng chấm thi.
- 3) Sau khi cộng điểm toàn bài, làm tròn đến 0,5 điểm (lẻ 0,25 làm tròn thành 0,5; lẻ 0,75 làm tròn thành 1,0 điểm).

**II. Đáp án và thang điểm**

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM												
<b>Câu 1</b> (3,0 điểm)	<b>1. (2,0 điểm)</b>													
	<b>a) Tập xác định:</b> $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$	0,25												
	<b>b) Sự biến thiên:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Chiều biến thiên: <math>y' = -\frac{5}{(x-2)^2} &lt; 0 \quad \forall x \in D.</math></li> </ul> Suy ra, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ . <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cực trị: Hàm số đã cho không có cực trị.</li> </ul>	0,50												
	<b>Lưu ý:</b> Ở ý b), cho phép thí sinh không nêu kết luận về cực trị của hàm số.													
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Giới hạn và tiệm cận:  <math display="block">\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2.</math>                     Suy ra, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng <math>x = 2</math> và một tiệm cận ngang là đường thẳng <math>y = 2</math>.</li> </ul>	0,50												
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bảng biến thiên:</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">↘ <math>-\infty</math>    <math>+\infty</math> ↗</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$	$y'$	-		-	$y$	2	↘ $-\infty$    $+\infty$ ↗	2	0,25
$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$											
$y'$	-		-											
$y$	2	↘ $-\infty$    $+\infty$ ↗	2											

	<p><b>c) Đồ thị (C):</b></p> <p>(C) cắt trục tung tại điểm <math>\left(0; -\frac{1}{2}\right)</math></p> <p>và cắt trục hoành tại điểm <math>\left(-\frac{1}{2}; 0\right)</math>.</p> 	0,50
<p><b>Lưu ý:</b> - Cho phép thí sinh thể hiện tọa độ giao điểm của (C) và các trục tọa độ chỉ trên hình vẽ.</p> <p>- Nếu thí sinh chỉ vẽ đúng dạng của đồ thị (C) thì cho 0,25 điểm.</p>		
<p><b>2. (1,0 điểm)</b></p>		
<p>Kí hiệu <math>d</math> là tiếp tuyến của (C) và <math>(x_0; y_0)</math> là tọa độ của tiếp điểm. Ta có:          Hệ số góc của <math>d</math> bằng <math>-5 \Leftrightarrow y'(x_0) = -5</math></p>	0,25	
$\Leftrightarrow -\frac{5}{(x_0 - 2)^2} = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$ <p><math>x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -3; x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 7.</math></p>	0,50	
<p>Từ đó, ta được các phương trình tiếp tuyến theo yêu cầu của đề bài là:  <math>y = -5x + 2</math> và <math>y = -5x + 22.</math></p>	0,25	
<p><b>Câu 2</b> (3,0 điểm)</p>	<p><b>1. (1,0 điểm)</b></p>	
<p>Đặt <math>5^x = t, t &gt; 0</math>, từ phương trình đã cho ta có phương trình  <math>t^2 - 6t + 5 = 0</math> (*)</p>	0,50	
<p>Giải (*), ta được <math>t = 1</math> và <math>t = 5.</math></p>	0,25	
<p>Với <math>t = 1</math>, ta được: <math>5^x = 1 \Leftrightarrow x = 0</math>          Với <math>t = 5</math>, ta được: <math>5^x = 5 \Leftrightarrow x = 1</math>          Vậy, phương trình đã cho có tất cả 2 nghiệm là 2 giá trị <math>x</math> vừa nêu trên.</p>	0,25	
<p><b>2. (1,0 điểm)</b></p>		
<p>Đặt <math>u = x</math> và <math>dv = (1 + \cos x)dx</math>, ta có <math>du = dx</math> và <math>v = x + \sin x.</math></p>	0,50	
<p>Do đó: <math>I = x(x + \sin x)\Big _0^\pi - \int_0^\pi (x + \sin x)dx</math></p>	0,25	
$= \pi^2 - \left(\frac{x^2}{2} - \cos x\right)\Big _0^\pi = \frac{\pi^2 - 4}{2}.$	0,25	

**Lưu ý:**

• Thí sinh được phép trình bày lời giải vừa nêu trên như sau:

$$I = \int_0^{\pi} x d(x + \sin x) = x(x + \sin x) \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} (x + \sin x) dx = \pi^2 - \left( \frac{x^2}{2} - \cos x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2 - 4}{2}$$

• Ngoài cách 1 nêu trên, còn có thể tính I theo cách sau:

Cách 2:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\pi} x dx + \int_0^{\pi} x \cos x dx \quad (*) \\ &= \frac{x^2}{2} \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x d(\sin x) = \frac{\pi^2}{2} + x \sin x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin x dx \quad (**) \\ &= \frac{\pi^2}{2} + \cos x \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2 - 4}{2}. \end{aligned}$$

Trong trường hợp thí sinh tính I theo cách 2, việc cho điểm được thực hiện như sau:

- Biến đổi về (\*): 0,25 điểm;
- Biến đổi từ (\*) về (\*\*): 0,50 điểm;
- Biến đổi tiếp từ (\*\*) đến kết quả: 0,25 điểm.

**3. (1,0 điểm)**

Ta có:  $f'(x) = 2x + \frac{2}{1-2x} = \frac{2(2x+1)(x-1)}{2x-1} \quad \forall x \in (-2; 0)$ .

Suy ra, trên khoảng  $(-2; 0)$ :  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ .

Ta có:  $f(0) = 0, f(-2) = 4 - \ln 5, f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \ln 2$ .

Vì  $4 - \ln 5 = \ln \frac{e^4}{5} > 0$  (do  $e^4 > 5$ ) và  $\frac{1}{4} - \ln 2 = \ln \frac{\sqrt[4]{e}}{2} < 0$  (do  $e < 2^4$ )

Nên  $\min_{x \in [-2; 0]} f(x) = \frac{1}{4} - \ln 2$  và  $\max_{x \in [-2; 0]} f(x) = 4 - \ln 5$ .

**Lưu ý:** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-2; 0]$  còn được kí hiệu tương ứng bởi  $\min_{[-2; 0]} f(x)$  và  $\max_{[-2; 0]} f(x)$ .

**Câu 3**  
(1,0 điểm)

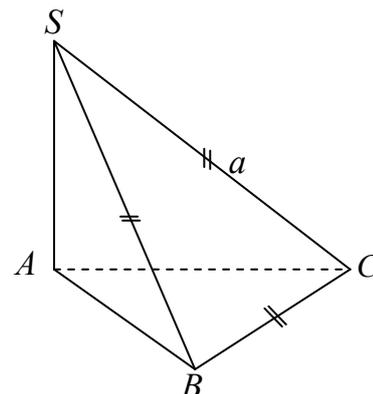
Vì  $SA \perp mp(ABC)$  nên

$SA \perp AB$  và  $SA \perp AC$ .

Xét hai tam giác vuông  $SAB$  và  $SAC$ , ta có

$$\left. \begin{array}{l} SA \text{ chung} \\ SB = SC \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta SAB = \Delta SAC$$

$\Rightarrow AB = AC$



0,25

	<p>Áp dụng định lí côsin cho tam giác cân <math>BAC</math>, ta được</p> $a^2 = BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \widehat{BAC} = 2AB^2(1 - \cos 120^\circ) = 3AB^2$ <p>Suy ra <math>AB = \frac{a\sqrt{3}}{3}</math>.</p> <p>Do đó <math>SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}</math> và <math>S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2.\sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}</math>.</p>	0,50
	<p>Vì vậy <math>V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}</math>.</p>	0,25
	<b>Lưu ý:</b> Ở câu này, <b>không</b> cho điểm hình vẽ.	
<b>Câu 4a</b> (2,0 điểm)	<b>1. (0,75 điểm)</b>	
	• Tâm $T$ và bán kính $R$ của $(S)$ : $T = (1; 2; 2)$ và $R = 6$ .	0,25
	• Khoảng cách $h$ từ $T$ đến $(P)$ : $h = \frac{ 1.1 + 2.2 + 2.2 + 18 }{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 9$	0,50
	<b>2. (1,25 điểm)</b>	
	• Phương trình tham số của $d$ :	
	Vì $d \perp (P)$ nên vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của $(P)$ là vectơ chỉ phương của $d$ . Từ phương trình của $(P)$ , ta có $\vec{n} = (1; 2; 2)$ .	0,25
	Do đó, phương trình tham số của $d$ là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$	0,25
	• Toạ độ giao điểm $H$ của $d$ và $(P)$ :	
Do $H \in d$ nên toạ độ của $H$ có dạng $(1 + t; 2 + 2t; 2 + 2t)$ .	0,25	
Vì $H \in (P)$ nên $1 + t + 2(2 + 2t) + 2(2 + 2t) + 18 = 0$ , hay $t = -3$ .	0,25	
Do đó $H = (-2; -4; -4)$ .	0,25	
<b>Câu 5a</b> (1,0 điểm)	Ta có: $\Delta = 16 - 32 = -16 = (4i)^2$ .	0,50
	Do đó, phương trình đã cho có 2 nghiệm là:	
	$z_1 = \frac{4 + 4i}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i \quad \text{và} \quad z_2 = \frac{4 - 4i}{16} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i.$	0,50
<b>Lưu ý:</b> Cho phép thí sinh viết nghiệm ở dạng $z_{1,2} = \frac{1 \pm i}{4}$ hoặc $z_{1,2} = \frac{4 \pm 4i}{16}$ .		
<b>Câu 4b</b> (2,0 điểm)	<b>1. (0,75 điểm)</b>	
	Gọi $(P)$ là mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với $d$ .	
	Vì $d \perp (P)$ nên vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của $d$ là vectơ pháp tuyến của $(P)$ . Từ phương trình của $d$ , ta có $\vec{u} = (2; 1; -1)$ .	0,25
Do đó, phương trình tổng quát của $mp(P)$ là:		
$2.(x - 1) + 1.(y + 2) + (-1)(z - 3) = 0 \quad \text{hay} \quad 2x + y - z + 3 = 0.$	0,50	

<b>2. (1,25 điểm)</b>		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Khoảng cách <math>h</math> từ <math>A</math> đến <math>d</math>: Từ phương trình của <math>d</math> suy ra điểm <math>B(-1; 2; -3)</math> thuộc <math>d</math>.</li> </ul>	0,50
	Do đó $h = \frac{[\overrightarrow{BA}, \vec{u}]}{ \vec{u} }$ .	
	Ta có $\overrightarrow{BA} = (2; -4; 6)$ . Do đó: $[\overrightarrow{BA}, \vec{u}] = \left( \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} \right) = (2; -14; -10)$	0,25
	Vì vậy $h = \frac{\sqrt{2^2 + (-14)^2 + (-10)^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = 5\sqrt{2}$ .	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Phương trình mặt cầu <math>(S)</math> tâm <math>A(1; -2; 3)</math>, tiếp xúc với <math>d</math>: Vì <math>(S)</math> tiếp xúc với <math>d</math> nên có bán kính bằng <math>h</math>. Do đó, phương trình của <math>(S)</math> là: <math display="block">(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 50</math></li> </ul>	0,25
	<b>Lưu ý:</b> <i>Có thể sử dụng kết quả phần 1) để tính khoảng cách <math>h</math> từ <math>A</math> đến <math>d</math>. Dưới đây là lời giải tóm tắt theo hướng này và thang điểm cho lời giải đó:</i>	
	Gọi $H$ là giao điểm của $d$ và mặt phẳng $(P)$ , ta có $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $(P)$ . Do đó $h = AH$ .	0,25
	Toạ độ của $H$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1} \\ 2x + y - z + 3 = 0 \end{cases}$	0,50
	Từ kết quả giải hệ trên ta được $H = (-3; 1; -2)$ .	
	Vì vậy $h = AH = \sqrt{(1+3)^2 + (-2-1)^2 + (3+2)^2} = 5\sqrt{2}$ .	0,25
<b>Câu 5b</b> (1,0 điểm)	Ta có: $\Delta = i^2 - 8 = -9 = (3i)^2$ .	0,50
	Do đó, phương trình đã cho có 2 nghiệm là: $z_1 = \frac{i + 3i}{4} = i \quad \text{và} \quad z_2 = \frac{i - 3i}{4} = -\frac{1}{2}i.$	0,50

- Hết -